**Om Zenons paradoks**

Av Jens Hermundstad Østmoe

Mai 1985, oppdatert i september 2013.

Om Zenons paradoks

Zenons paradoks går ut på at en dag møttes Akilles, som var en rask løper, og en skilpadde, som er treg. Skilpadden spurte om Akilles ville løpe om kapp med den. Men siden Akilles kunne løpe fort, ville skilpadden ha et lite forsprang. Akilles gikk med på dette, og lot skilpadden få et godt forsprang S(0), før han begynte å løpe.

Først måtte Akilles komme til det stedet hvor skilpadden var da Akilles begynte å løpe. Men da var skilpadden kommet litt lengre fram. Så måtte Akilles komme dit skilpadden nå var kommet. Men da var skilpadden kommet enda litt lenger fram. Og slik fortsatte det i det uendelige. Hele tiden måtte Akilles først komme til det stedet skilpadden befant seg, og da var skilpadden kommet enda litt lengre fram. Altså var det, i følge Zenon, umulig for Akilles å nå igjen skilpadden, og enda mer umulig å løpe forbi.

Dette tilsynelatende paradokset har imidlertid en logisk brist, det er en feilslutning. Feilen er at det ikke tar en uendelighet av tid for Akilles til å korte ned forspranget til null, selv om det er en uendelighet av stadig kortere forsprang. Det går stadig fortere å kutte ned på skilpaddens forsprang. Når forsprangene er tilnærmet uendelig små tar det bare noen sekunder å løpe inn alle forsprangene, selv om de er uendelig mange. Fordi om det er en uendelighet av stadig mindre forsprang, tar det ikke uendelig mye tid å ta de inn, for forsprangene er så små i forhold til Akilles’ hastighet.

Vi skal forklare det nærmere. La oss for enkelhets skyld anta at skilpadden kravler med jevn fart S, og at Akilles også løper med konstant hastighet, A, som altså er en større fart en skilpaddens. Altså A > S. Denne forutsetningen forenkler resonnementet, men tilsvarende resonnement kan gjennomføres også med varierende fart, så lenge Akilles løper fortere en skilpadden. De strekningene henholdsvis Akilles S(A) og skilpadden S(S) tilbakelegger når de har beveget seg tiden t kan da uttrykkes ved følgende formler:

1. S(A) = At
2. S(S) = S(0) + St

Tiden t = T det tar når Akilles tar igjen skilpadden, altså at S(A) og S(S) er like store, blir gitt ved At = S(0) + St, dvs. :

1. T = S(0)/(A-S)

Strekningen S(A) = S(S) er gitt ved:

1. S(A) = S(S) = AS(0)/(A-S)

Det som skjer er at strekningen mellom Akilles og skilpadden blir kortere og kortere etter hvert som tiden går for til slutt å være 0, akkurat når Akilles når igjen skilpadden. Det tar en endelig tid t = T før Akilles har løpt uendelig mange slike stadig mindre strekninger, og det tar en endelig tid T før Akilles tar igjen skilpadden. Som vi nevnte innledningsvis: Zenons tilsynelatende paradoks har en logisk brist, det er en feilslutning. Feilen er at det ikke tar en uendelighet av tid for Akilles til å korte ned forspranget til null, selv om det er en uendelighet av stadig kortere forsprang. Det går stadig fortere å kutte ned på skilpaddens forsprang. Når forsprangene er tilnærmet uendelig små tar det bare noen sekunder å løpe inn alle forsprangene, selv om de er uendelig mange. Fordi om det er en uendelighet av stadig mindre forsprang, tar det ikke uendelig mye tid å ta de inn, for forsprangene er så små i forhold til Akilles’ hastighet.

Den samlede tiden Akilles bruker på å løpe N slike stadig mindre strekninger kan fremstilles som en geometrisk rekke hvis sum blir akkurat formel (3) når N er uendelig stor, dvs. vokser over alle grenser. Dermed skulle Zenons tilsynelatende paradoks være løst.